

文章编号:1000-8055(2012)12-2814-06

弧线齿面齿轮应力过程分析

方宗德¹, 李建华¹, 彭先龙¹, 蔡香伟¹, 张作品²

(1. 西北工业大学 机电学院, 西安 710072;

2. 秦皇岛首秦金属材料有限公司, 河北 秦皇岛 066326)

摘 要: 为了给弧线齿面齿轮的齿面接触强度和齿根弯曲强度设计提供理论依据, 研究了弧线齿面齿轮的齿面接触应力和齿根弯曲应力随载荷和安装误差的变化规律. 在齿面接触分析和承载接触分析的基础上应用弹性理论计算了弧线齿面齿轮副的齿面接触应力和应用有限元应力影响矩阵法计算了该齿轮副的齿根弯曲应力. 给出了数字计算实例, 计算结果表明: 齿面接触强度和齿根弯曲强度在重载时的接触强度和弯曲强度由单齿啮合区的强度决定, 轴向安装误差和轴夹角安装误差分别会增加齿面接触应力和齿根弯曲应力, 轴夹角安装误差和轴间距安装误差对齿面接触应力影响甚小, 而轴向安装误差和轴间距安装误差可以降低齿根弯曲应力, 与直齿面齿轮相比, 弧线齿面齿轮的接触和弯曲应力明显减小.

关 键 词: 弧线齿面齿轮; 齿面接触应力; 齿根弯曲应力; 载荷; 应力影响矩阵; 有限元

中图分类号: V232; TH132.41

文献标志码: A

Analysis of stress process for face gear with arcuate tooth pinion

FANG Zong-de¹, LI Jian-hua¹, PENG Xian-long¹,
CAI Xiang-wei¹, ZHANG Zuo-pin²(1. School of Mechanical Engineering,
Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;2. Qinhuangdao Shouqin Metal Materials Limited Company,
Qinhuangdao Hebei 066326, China)

Abstract: In order to provide theoretical justification for tooth surface contact strength and tooth root bending strength design of face gear with arcuate tooth pinion, the rules that the tooth surface contact stress and tooth root bending stress of the face gear with arcuate tooth pinion vary with load and errors of alignment were studied. Theory of elasticity and stress influencing matrix of finite element method were applied respectively in the contact stress and bending stress calculation based on tooth contact analysis (TCA) and load tooth contact analysis (LTCA). The calculation was illustrated by a numerical instance. The results show that the contact strength and bending strength under heavy load are determined by the strength in the single tooth meshing area, the misalignment error of axial displacement and shafts angle increase the contact stress and bending stress respectively, and the misalignment errors of shafts angle and distance between axes have little effect on the contact stress, but the misalignment errors of axial displacement and distance between axes are able

收稿日期: 2011-11-26

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20121218.0859.201212.2814_026.html

基金项目: 国家自然科学基金(50875211)

作者简介: 方宗德(1948—), 男, 上海人, 教授、博士生导师, 博士, 主要研究方向为机械系统动力学、机械传动、车辆工程等.

to reduce the bending stress, and compared to face gear with spur pinion, the contact stress and bending stress of face gear with arcuate tooth pinion are significantly smaller.

Key words: face gear with arcuate tooth pinion; tooth surface contact stress; tooth root bending stress; load; stress influencing matrix; finite element method (FEM)

面齿轮在国外已成功应用于直升机的主传动系统,能减轻齿轮箱质量和提高承载能力^[1],并能简化分流-汇流传动结构^[2]. 国外学者还在进一步研究斜齿、直齿面齿轮的齿面几何结构、优化设计方法和制造技术,以及更为先进的面齿轮传动机构^[3-9]. 面齿轮传动逐渐成为航空领域较先进的传动方式,国内正在跟踪国外先进技术,启动了直齿、斜齿面齿轮传动啮合理论与制造技术的研究^[10-11]. 但直齿、斜齿面齿轮存在着加工困难且对安装误差敏感等问题^[5,12].

弧线齿面齿轮传动是独立研发并具有自主知识产权的全新齿轮传动机构,已经申请了国家发明专利^[13]. 一方面面齿轮作为非标准齿轮,目前还没有标准的计算方法能够准确地计算齿面接触应力和弯曲应力;另一方面作为航空齿轮必须具有足够的强度,以保证高的可靠性. 因此必须研究面齿轮的应力过程(应力过程指在某一载荷下单个轮齿在进入啮合到退出啮合历程中应力的变化过程). 对于弧线齿面齿轮来说更是如此.

本文将在前期的研究如弧线齿面齿轮的几何设计与加工、啮合特性(TCA)^[14-15]和承载特性(LTCA)的基础上研究弧线齿面齿轮的力学特性.

1 齿面接触应力

图 1 是齿面接触印痕示意图,该图可由 TCA 获得. 随着两齿轮的转动,两齿面间的接触点构成一条接触迹线. 这些接触点是接触椭圆的中心. 齿根到齿顶的接触点的序号为 1, 2, ..., l , 下文所谓的接触位置(序号)即为这些接触点(序号),它们对应齿轮的转角. 在每个接触位置(图中为第 l 个

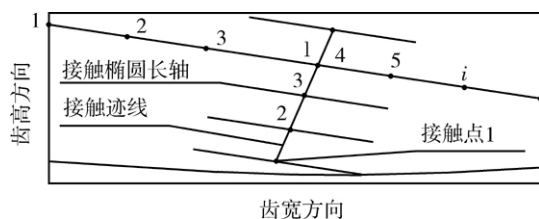


图 1 接触印痕示意图

Fig. 1 Sketch of contact moulage

接触位置), 又将接触椭圆长轴沿整个齿面离散, 这些离散点的序号为 1, 2, ..., i .

根据弹性力学理论^[16], 当 2 个光滑的空间曲面在载荷作用下接触时, 形成一接触椭圆. 椭圆中心处有最大接触应力

$$\sigma = \frac{3}{2} \frac{KP}{\pi ab} \quad (1)$$

式中 P 为接触椭圆中心的法向载荷, 由 LTCA 求得; K 为载荷系数; a, b 分别为椭圆的长、短半轴, 可由下式计算得到:

$$\begin{cases} a = \alpha \sqrt{\frac{3}{4} \frac{KP}{A} \left(\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right)} \\ b = \beta \sqrt{\frac{3}{4} \frac{KP}{B} \left(\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right)} \end{cases} \quad (2)$$

式中 $\mu_i, E_i (i=1, 2)$ 分别是泊松比和弹性模量; 系数 α, β 由参数 $\theta = \arccos(A/B)$ 在文献^[16]中查取; A, B 是齿面接触点附近的几何参数, 详细计算请参考文献^[16]. 式(1)和式(2)中所有参变量均由 TCA 和 LTCA 求得, 故每个接触位置上的最大接触应力可以求出.

2 齿根弯曲应力

2.1 弧线齿面齿轮有限元模型

在计算弧线齿面齿轮副的应力影响矩阵和弯曲应力之前需要对两轮实行单元划分. 此处根据

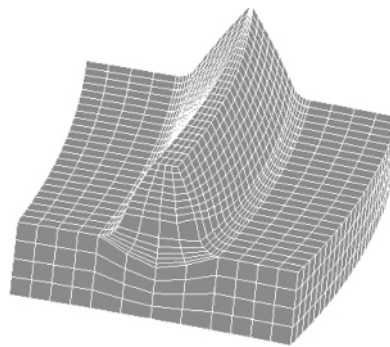


图 2 弧线齿面齿轮有限元模型

Fig. 2 Finite elements model of face gear with arcuate pinion

文献[14]建立了弧线齿小齿轮和面齿轮的齿面,然后用 20 节点等参单元建立了两轮的单齿有限元模型,如图 2 所示,并固定轮体底面和两侧的节点,其程序由 MATLAB 编写。

2.2 齿根节点应力影响矩阵

假定齿根过渡曲面的节点总数为 m ,工作齿面节点总数为 n ,当齿轮工作齿面节点上分别作用单位载荷 $P_1, P_2, \dots, P_n$ 时,则 m 个齿根节点产生应力,构成 m 个应力向量 $\sigma_i (i=1, \dots, m)$,齿面网格节点加载时的应力影响矩阵 $S_{n \times m}$ 为

$$S_{n \times m} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1m} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \cdots & \cdots & \sigma_{nm} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式(3)中任一元素 σ_{ij} 表示当工作齿面节点 i 上作用一单位法向载荷时在齿根节点 j 上产生的应力。 $S_{n \times m}$ 可通过在 n 个工作齿面节点上轮流施加单位法向载荷,经过一次有限元计算获得,并作为齿轮的基本力学特性储存,往后应力变化与分布的计算只调用这些数据,不必再进行有限元计算。

2.3 接触椭圆长轴节点应力影响矩阵

如图 3 在旋转投影面上将第 l 个接触位置上的接触椭圆长轴,沿整个齿面(之所以要沿整个齿面离散,是因为在不同的载荷下,接触椭圆的大小会变化)离散为 k 个节点,定义接触椭圆长轴节点加载时的应力影响矩阵为

$$\tilde{S}_{k \times m} = \begin{bmatrix} \tilde{\sigma}_{11} & \tilde{\sigma}_{12} & \cdots & \tilde{\sigma}_{1m} \\ \tilde{\sigma}_{21} & \tilde{\sigma}_{22} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\sigma}_{k1} & \cdots & \cdots & \tilde{\sigma}_{km} \end{bmatrix} \quad (4)$$

式(4)中的任一元素表示当单位法向载荷作用到接触椭圆长轴第 k 个节点上时,在齿根 j 结点上产生的应力。图 3 中 $\bigcirc$ 为齿面网格角节点,其应力状态已由式(3)算出,因此接触椭圆长轴上所有节点的应力影响矩阵可通过二元插值得到。

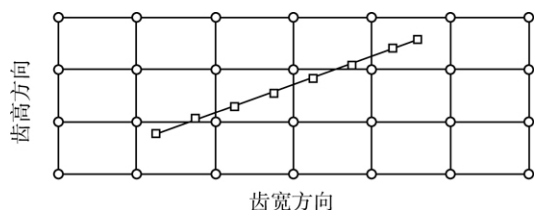


图 3 节点应力影响矩阵的插值

Fig. 3 Stress influencing matrix interpolation of contact node

2.4 齿根弯曲应力计算

根据圣维南原理,在计算齿根应力时,轮齿表面瞬时接触椭圆上的分布力系,可用作用在接触椭圆长轴节点上的集中力系来代替,该力系由 LTCA 求出,图 4 为弧线齿面齿轮接触椭圆长轴上的载荷分布(表 1 为该齿轮副的设计参数),即节点上的集中力系,定义载荷分布矩阵为

$$L_{l \times k} = \begin{bmatrix} L_{1k_1}^T & & & 0 \\ & L_{2k_2}^T & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & L_{lk_l}^T \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中 $k_j (j=1, 2, \dots, l)$ 为接触椭圆长轴 j 上的总节点数。

$$L_{jk_j}^T = [p_1 \quad p_2 \quad \cdots \quad p_{k_j}] \quad (j=1, \dots, l)$$

代表第 j 条接触椭圆长轴上一系列节点上的载荷。

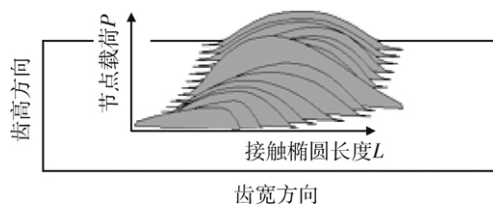


图 4 弧线齿面齿轮的载荷分布

Fig. 4 Load distribution on face gear with arcuate pinion

表 1 弧线齿面齿轮传动设计参数

Table 1 Design parameters of face gear with arcuate tooth

面齿轮传动参数	设计值
小齿轮齿数 N_1	25
插齿刀齿数 N_s	28
面齿轮齿数 N_2	160
压力角 $\alpha / (^\circ)$	25
模数 m / mm	6.35
轴夹角 $\gamma_m / (^\circ)$	90
面齿轮内径 L_1 / mm	490
面齿轮外径 L_2 / mm	540

根据应力叠加原理,齿根弯曲应力矩阵由下式计算:

$$\sigma_{l \times m} = L_{l \times k} \cdot \tilde{S}_{k \times m} \quad (6)$$

式中的任一元素 σ_{ij} 表示当载荷作用到第 $i (i=1, \dots, l)$ 条接触线时,齿根第 $j (j=1, \dots, m)$ 个节点

的弯曲应力。

图 4 显示了弧线齿面齿轮承载 $800 \text{ N} \cdot \text{m}$ 时在 15 个接触位置的载荷分配。理论上当小轮转 1 圈, 小轮的 1 个轮齿转过的角度为 $2\pi/N_1 \text{ rad}$, 将 $2\pi/N_1$ 称为小轮的单齿啮合周期, 在 TCA 和 LTCA 算法中小齿轮单齿啮合周期被分为 8 等份, 用实际接触点数除以 8 即为实际重合度, 故文中齿轮副的单齿啮合区为第 8 个接触位置, 其他接触位置位于双齿啮合区, 更详细的论述可参考文献[17]。

3 计算实例

3.1 齿面接触应力计算

图 5 是无安装误差的弧线齿面齿轮副在不同载荷下的齿面接触应力。在载荷较小 ($100 \text{ N} \cdot \text{m}$) 的情况下, 齿面接触应力按线性规律变化, 在单齿啮合区齿面接触应力达到最大值。而在载荷较大 ($400, 800, 1200, 1600 \text{ N} \cdot \text{m}$) 时, 在双齿啮合区, 齿面接触应力按线性规律变化, 在单齿啮合区齿面接触应力迅速增加, 但在双齿啮合区齿面接触应力有所减小。

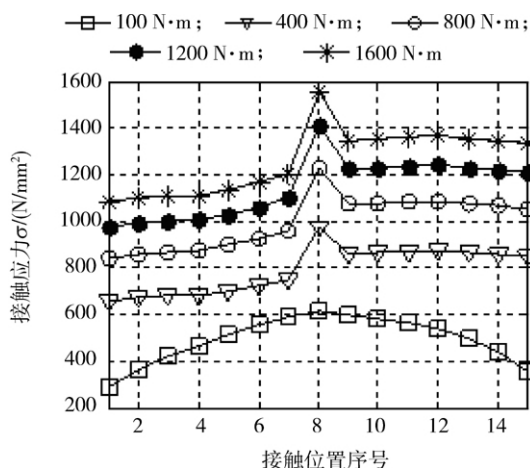


图 5 无安装误差的接触应力

Fig. 5 Contact stress without misalignment

这是由于在轻载时, 轮齿的弹性变形较小, 处于单齿啮合状态, 载荷由 1 个轮齿承担, 接触应力按线性规律变化。但在重载时, 轮齿的弹性变形足够大, 以至于能抵消双齿啮合区轮齿间的间隙, 由 2 个轮齿分担载荷, 但在单齿啮合区仅由 1 个轮齿承载, 因此接触应力突然增加。

图 6 是处于单个安装误差下, 载荷为 $800 \text{ N} \cdot \text{m}$ 的弧线齿面齿轮的齿面接触应力。由于弧线齿面齿轮对轴夹角误差较敏感, 在文中的设计参数下,

当 $\Delta\gamma > 0.1146^\circ$ 时, 两齿面接触点将随 $\Delta\gamma$ 的增加而减少。为了在相同的重合度下比较, 这里轴夹角误差 $\Delta\gamma$ 取 0.1146° , 从图中可以看出齿面接触应力与没有安装误差时的接触应力相差甚小, 换言之 $\Delta\gamma$ 对弧线齿面齿轮的齿面接触应力影响较小。

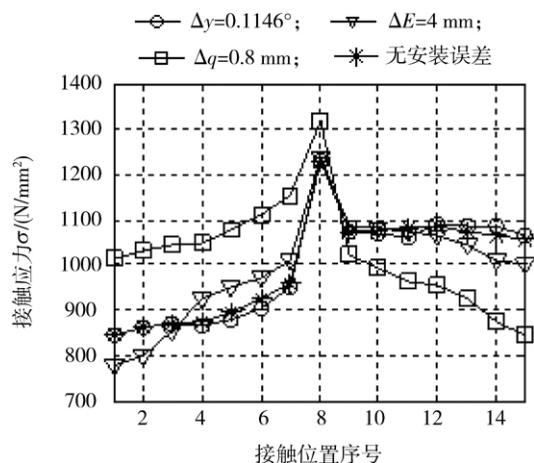


图 6 安装误差下的接触应力

Fig. 6 Contact stress with errors of alignment

轴交叉最短距离 ΔE 取 4 mm 时, 使得齿顶和齿根处的接触应力有所减小, 基本没有改变单齿啮合区的最大接触应力。

轴向安装误差 Δq 取 0.8 mm 时, 增加了齿根处的接触应力, 并降低了齿顶处的接触应力, 使单齿啮合区的最大接触应力由 1230.1 N/mm^2 增加到了 1316.2 N/mm^2 。因此从增加齿面接触强度的角度考虑应尽量避免较大的轴向安装误差。

3.2 齿根弯曲应力计算

在弯矩的作用下, 齿根一侧为拉伸状态, 一侧为压缩状态, 拉应力和压应力具有对称性, 因此这里只论述拉伸侧的拉应力, 并称为弯曲应力。

没有安装误差的弧线齿小齿轮和面齿轮在不同载荷下 ($100, 400, 800, 1200, 1600 \text{ N} \cdot \text{m}$) 的齿根弯曲应力如图 7(a)、图 7(b) 所示。从图中可以看出小齿轮和面齿轮的齿根弯曲应力的变化规律与齿面接触应力的变化规律一致。

在单齿啮合区, 不同载荷下的小齿轮最大齿根弯曲应力总是大于面齿轮的最大齿根弯曲应力, 因此在考虑齿轮副的齿根弯曲强度时, 应着重考虑提高小齿轮的齿根弯曲强度。

弧线齿面齿轮在 $800 \text{ N} \cdot \text{m}$ 的载荷下, 拉伸侧在第 8 个接触位置的拉应力云图如图 8 所示, 该图显示的是由主应力按强度合成理论计算的准则应力。可以看出最大齿根弯曲应力位于面齿轮的

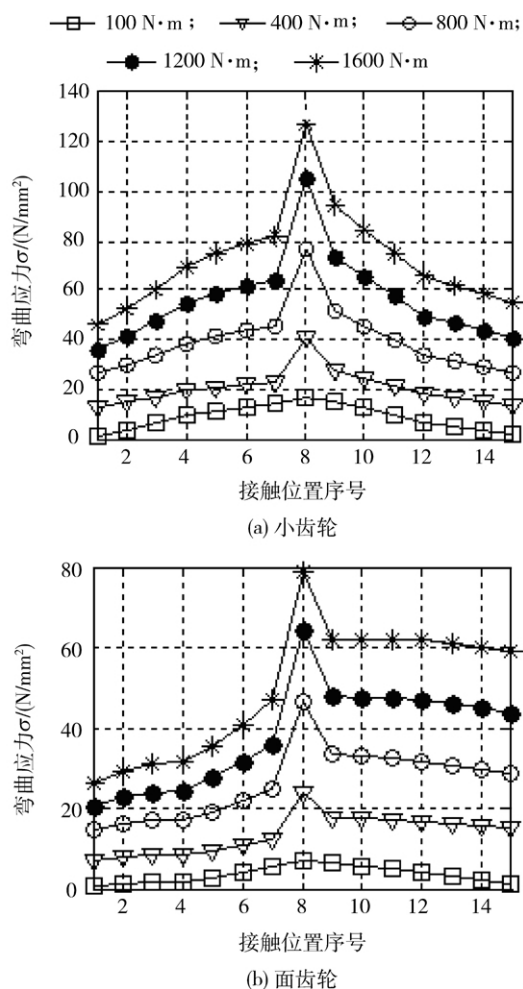


图 7 无安装误差的弯曲应力

Fig. 7 Bending stress without misalignment

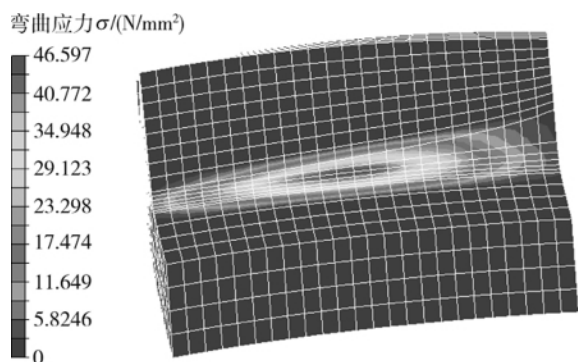


图 8 弧线齿面齿轮齿根弯曲应力云图

Fig. 8 Bending stress of face gear with arcuate tooth

齿宽中点. 因为第 8 个接触位置的椭圆中心位于齿面中央, 此处的法向间隙最小且此时只有 1 个轮齿承载, 因此齿宽中点更容易受拉或受压.

图 9 是处于单个安装误差下, 载荷为 $800 \text{ N} \cdot \text{m}$ 的弧线齿面齿轮的齿根弯曲应力. 在轴夹角安装误差 ($\Delta\gamma=0.1146^\circ$) 的影响下, 接触位置 1~接触

位置 7 的齿根弯曲应力几乎没有变化, 但接触位置 8~接触位置 15 的齿根弯曲应力有所增加, 所以轴夹角安装误差 $\Delta\gamma$ 会降低面齿轮副的齿根弯曲强度.

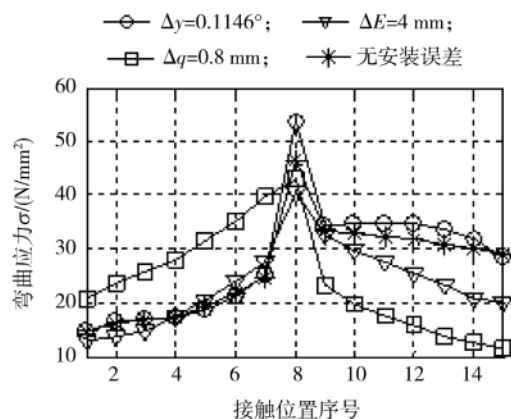


图 9 安装误差下的弯曲应力

Fig. 9 Bending stress with errors of alignment

在安装误差 $\Delta E=4 \text{ mm}$ 的影响下, 除接触位置 5~接触位置 7 的齿根弯曲应力有少许增加外, 包括单齿啮合区在内的其他接触位置的齿根弯曲应力减小了 $14\% \sim 23\%$. 因此 ΔE 在减小最大齿根弯曲应力方面具有积极意义.

轴向安装误差 $\Delta q=0.8 \text{ mm}$, 减小了接触位置 8~接触位置 15 的齿根弯曲应力, 但增加了其他接触位置的齿根弯曲应力. 当齿面接触强度足够的话, 可以考虑用其减小面齿轮副的最大齿根弯曲应力.

4 两种面齿轮应力过程的比较

图 10 和图 11 中, 曲线 * 的设计参数与文献 [18] 相同, 即面齿轮内径 L_1 为 471 mm , 外径 L_2 为 559 mm , 其他设计参数同表 1. 由于表 1 中的内径和外径是弧线齿面齿轮的极限值, 因此其他曲线的设计参数与表 1 完全相同.

无安装误差直齿面齿轮在 $400, 800, 1200$ 和 $1600 \text{ N} \cdot \text{m}$ 的载荷下的齿面接触应力如图 10 所示. 与图 5 相比, 直齿面齿轮的最大接触应力明显大于弧线齿面齿轮的最大接触应力, 最大接触应力的详细对比如表 2 所示. 其单齿啮合区为 5~8. 直齿面齿轮的最大接触应力位于第 8 个接触位置. 齿宽的减小, 几乎没有改变单齿啮合区的齿面接触应力, 但使双齿啮合区的齿面接触应力有所增加. (在载荷为 $1600 \text{ N} \cdot \text{m}$ 时, 文献 [18] 的最大齿面接触应力为 1529 N/mm^2).

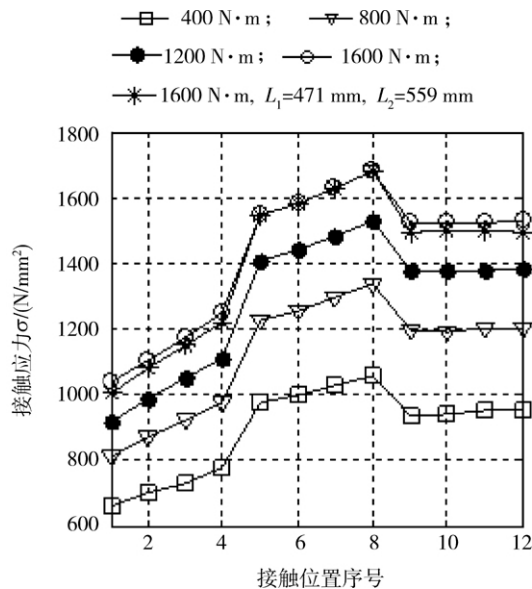


图 10 直齿面齿轮接触应力

Fig. 10 Contact stress of face gear with spur pinion

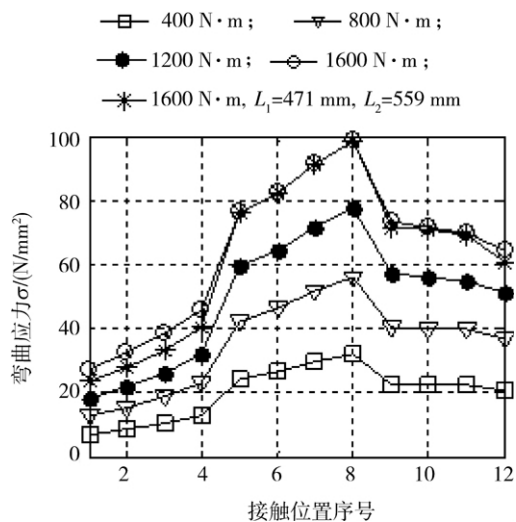


图 11 直齿面齿轮弯曲应力

Fig. 11 Bending stress of face gear with spur pinion

表 2 2 种面齿轮的接触应力和弯曲应力

Table 2 Contact and Bending stress of two types face gear

载荷 T/ (N·m)	弧线齿面齿轮		直齿面齿轮	
	接触应力 $\sigma/(N/mm^2)$	弯曲应力 $\sigma/(N/mm^2)$	接触应力 $\sigma/(N/mm^2)$	弯曲应力 $\sigma/(N/mm^2)$
400	976	24.06	1060	31.93
800	1230	46.60	1335	55.70
1200	1408	64.51	1528	77.49
1600	1550	78.62	1682	98.66

无安装误差直齿面齿轮在 400, 800, 1200 和 1600 N·m 的载荷下的齿根弯曲应力如图 11 所示. 与图 7(b) 相比, 直齿面齿轮的最大弯曲应力明显大于弧线齿面齿轮的最大弯曲应力, 最大弯曲应力的详细对比如表 2 所示 (在载荷为 1600 N·m 时, 文献[18]的最大齿根弯曲应力为 83 N/mm²).

5 结 论

1) 齿面接触应力和齿根弯曲应力在轻载和重载时, 在单齿啮合区均达到最大值, 单齿啮合区决定了齿轮副的接触强度和弯曲强度.

2) 弧线齿圆柱齿轮齿根弯曲应力远大于面齿轮的齿根弯曲应力, 弯曲强度应由圆柱齿轮确定.

3) 安装误差 Δq 会增加齿面接触应力水平, 在考虑齿面接触强度时, 应尽量减少轴向安装误差. 其他两个安装误差对齿面接触应力影响较小.

4) 轴夹角安装误差 $\Delta \gamma$ 会增加最大齿根弯曲应力, 在考虑齿根弯曲强度时, 应减小轴夹角安装误差, 其他 2 个安装误差在一定程度上减小了最大齿根弯曲应力.

5) 弧线齿面齿轮的接触应力和弯曲应力均小于直齿面齿轮的接触应力和弯曲应力, 即弧线齿面齿轮的强度高于直齿面齿轮.

参考文献:

- [1] Litvin F L. Gear geometry and applied theory[M]. New Jersey: PTR Prentice Hall, 1994.
- [2] Bill R C. Summary highlights of the advanced rotorcraft transmission (ART) program[R]. AIAA-92-3362, 1992.
- [3] Filler R R, Heath G F, Slaughter S C. Torque splitting by a concentric face gear transmission[R]. Montreal, Canada: The American Helicopter Society 58th Annual Forum, 2002.
- [4] Litvin F L, Fuentes A, Zanzi C. Design, generation, and stress analysis of two versions of geometry of face-gear drives[J]. Mechanism and Machine Theory, 2002, 37(10): 1179-1211.
- [5] Chang S H, Chung T D, Lu S S. Tooth contact analysis of face gear drives[J]. Int. J. of Mechanical Science, 2000, 42(3): 487-502.
- [6] Litvin F L, Chen Y J, Heath G F, et al. Apparatus and method for precision grinding face gears; USA, 6146253 [P]. 2000-11-14.
- [7] Litvin F L, Gonzalez-Perez I, Fuentes A. Design, generation and stress analysis of face gear drive with helical pinion[J]. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 2005, 194(36/37/38): 3870-3901.

- [8] Litvin F L, Fuentes A, Howkins M. Design, generateon and TCA of new type of asymmetric face gear drive with modified geometry[J]. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 2001, 190(43): 5837-5865.
- [9] Guingand M, De Vaujany J P, Jacquin C Y. Quasi-static analysis of a face gear under torque[J]. Comput. Methods. Appl. Mech. Engrg., 2005, 194(39/40/41): 4301-4318.
- [10] 赵宁, 郭辉, 方宗德, 等. 直齿面齿轮修形及承载接触分析[J]. 航空动力学报, 2008, 23(11): 2143-2146.
ZHAO Ning, GUO Hui, FANG Zongde, et al. Modification and loaded contact analysis of spur face gears[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(11): 2143-2146. (in Chinese).
- [11] 沈云波, 方宗德, 赵宁, 等. 斜齿面齿轮齿宽的设计[J]. 航空动力学报, 2008, 23(4): 754-758.
SHEN Yunbo, FANG Zongde, ZHAO Ning, et al. The design of tooth face width of the face gear drives with helical pinion[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(4): 754-758. (in Chinese)
- [12] 沈云波, 方宗德, 赵宁, 等. 齿廓方向修形的斜齿面齿轮啮合特性研究[J]. 中国机械工程, 2008, 19(18): 2219-2222.
SHEN Yunbo, FANG Zongde, ZHAO Ning, et al. Meshing performance of modified face gear drive with helical pinion in the profile direction[J]. China Mechanical Engineering, 2008, 19(18): 2219-2222. (in Chinese)
- [13] 西北工业大学. 弧线齿面齿轮副及其加工方法: 中国, 200710017256. 3[P]. 2008-07-23.
- [14] 方宗德, 曹雪梅, 沈云波. 弧线齿面齿轮的齿面设计与加工[J]. 航空动力学报, 2010, 25(1): 225-227.
FANG Zongde, CAO Xuemei, SHEN Yunbo. Tooth surface design and manufacture for arcuate tooth trace face gear[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(1): 225-227. (in Chinese)
- [15] 苏进展, 方宗德, 崔艳梅. 弧线齿面齿轮齿面接触分析[J]. 航空学报, 2011, 32(3): 546-551.
SU Jinzhan, FANG Zongde, CUI Yanmei. Tooth contact analysis on face gears with arcuate tooth[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011, 32(3): 546-551. (in Chinese)
- [16] 徐秉业. 弹性力学及其应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 1984.
- [17] 方宗德. 修形斜齿轮的承载接触分析[J]. 航空动力学报, 1997, 12(3): 252-254.
FANG Zongde. Loaded tooth contact analysis of modified helical gears[J]. Journal of Aerospace Power, 1997, 12(3): 252-254. (in Chinese)
- [18] Litvin F L, Fuentes A, Zanzi C, et al. Face gear drive with spur involute pinion: geometry, generation by a worm, stress analysis[J]. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 2002, 191(25/26): 2785-2813.